2011年度高3　第14回数学確認テスト（11月18日）　　　組　　番　氏名　　　　得点　　/20

$\angle$BAC=60° の鋭角三角形ABCがある。これと同じ平面上で，三角形ABCの外側に辺BC，CA，ABをそれぞれ底辺とする頂角120°の二等辺三角形DBC，ECA，FABと，辺BC，CA，ABを1辺とする正三角形PBC，QCA，RABをつくる。

$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{オ}}$～$\boxed{\text{ク}}$，$\boxed{\text{ス}}$～$\boxed{\text{ソ}}$には，次の⓪～⑨のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。

⓪ BA　① BC　② BD　③ AC　④ AE　⑤ EF
⑥ AP　⑦ AQ　⑧ BP　⑨ BQ

$\angle$RAC=$\angle\boxed{\text{ア}}$Q=$\boxed{\text{イウエ}}$°，RA=$\boxed{\text{オ}}$，$\boxed{\text{カ}}$=AQ であるから，三角形RACと三角形$\boxed{\text{オ}}$Qは合同であり，RC=$\boxed{\text{キ}}$である。同様にして，CR=$\boxed{\text{キ}}$=$\boxed{\text{ク}}$ ……① が成り立つ。

また，AR=$\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$AF，AC=$\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$AE，$\angle$FAE=$\boxed{\text{コサシ}}$° であるから，三角形RACと三角形F$\boxed{\text{ス}}$は相似であり，CR=$\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}\boxed{\text{セ}}$である。

同様にして，$\boxed{\text{キ}}$=$\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$DE，$\boxed{\text{ク}}$=$\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$DF が成り立つから，①より三角形D$\boxed{\text{ソ}}$は正三角形である。

ア	
イ	
ウ	
エ	
オ	
カ	
キ	
ク	
ケ	
コ	
サ	
シ	
ス	
セ	
ソ	
タ	
チ	
ツ	
テ	
ト	
ナ	
ニ	
ヌ	
ネ	
ノ	

〈演習〉

∠BAC=60° の鋭角三角形 ABC がある。辺 BC 上の点 D から AB，AC に垂線を引き AB，AC との交点をそれぞれ E，F とする。線分 DE の E の側への延長上に点 G，線分 DF の F の側への延長上に点 H を，EG=DE，FH=DF となるようにとる。

$\boxed{\text{ア}}$～$\boxed{\text{カ}}$には，次の⓪～⑨のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。

⓪ ABC　① BEG　② DAE　③ DAF　④ CFH
⑤ AB　⑥ BC　⑦ CA　⑧ AD　⑨ EF

(1) 三角形 GAE は三角形$\boxed{\text{ア}}$と合同であり，三角形 HAF は三角形$\boxed{\text{イ}}$と合同であるから

∠GAE=∠$\boxed{\text{ウ}}$，　∠HAF=∠$\boxed{\text{エ}}$

AG=$\boxed{\text{オ}}$，　AH=$\boxed{\text{カ}}$

であり，∠GAH=$\boxed{\text{キクケ}}$°である。

(2) AD=l とする。GH=$\sqrt{\boxed{\text{コ}}}\,l$ であるから三角形 AGH の周の長さは $\left(\boxed{\text{サ}}+\sqrt{\boxed{\text{シ}}}\right)l$ であり，これが最小になるのは$\boxed{\text{ス}}$である。

$\boxed{\text{ス}}$には次のⒶ～Ⓔのうちから当てはまるものを一つ選べ。

Ⓐ D が辺 BC の中点の場合
Ⓑ AD が BC と直交する場合
Ⓒ D が辺 BC を AC：AB に内分する場合
Ⓓ D が辺 BC を AB：AC に内分する場合
Ⓔ D が三角形 ABC の内接円と辺 BC との接点の場合

ア	
イ	
ウ	
エ	
オ	
カ	
キ	
ク	
ケ	
コ	
サ	
シ	
ス	
セ	
ソ	
タ	
チ	
ツ	
テ	
ト	
ナ	
ニ	
ヌ	
ネ	
ノ	

∠BAC=60° の鋭角三角形ABCがある。これと同じ平面上で，三角形ABCの外側に辺BC，CA，ABをそれぞれ底辺とする頂角120°の二等辺三角形DBC，ECA，FABと，辺BC，CA，ABを1辺とする正三角形PBC，QCA，RABをつくる。

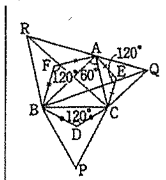
ア，オ～ク，ス～ソには，次の⓪～⑨のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。

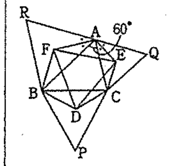
⓪ BA　① BC　② BD　③ AC　④ AE　⑤ EF
⑥ AP　⑦ AQ　⑧ BP　⑨ BQ

∠RAC=∠$\boxed{ア}$Q=$\boxed{イウエ}$°，RA=$\boxed{オ}$，$\boxed{カ}$=AQ であるから，三角形RACと三角形$\boxed{オ}$Qは合同であり，RC=$\boxed{キ}$である。同様にして，CR=$\boxed{キ}$=$\boxed{ク}$ ……① が成り立つ。

また，AR=$\sqrt{\boxed{ケ}}$AF，AC=$\sqrt{\boxed{ケ}}$AE，∠FAE=$\boxed{コサシ}$° であるから，三角形RACと三角形F$\boxed{ス}$は相似であり，CR=$\sqrt{\boxed{ケ}}\boxed{セ}$である。

同様にして，$\boxed{キ}=\sqrt{\boxed{ケ}}$DE，$\boxed{ク}=\sqrt{\boxed{ケ}}$DF が成り立つから，①より三角形D$\boxed{ソ}$は正三角形である。





∠RAC=∠RAB+∠BAC=60°+60°=120°
∠BAQ (⓪)=∠BAC+∠CAQ=60°+60°=120°
RA=BA (⓪)，AC (⑨)=AQ より，2辺とその間の角がそれぞれ等しく，△RAC≡△BAQ
ゆえに　RC=BQ (⑨)
同様に，△PBA≡△CBR　より　PA=CR
ゆえに
CR=BQ=AP (⑥)　……①
また，AR=AB，AF=$\frac{1}{\sqrt{3}}$AB より　AR=$\sqrt{3}$AF
同様にして，AC=$\sqrt{3}$AE　であり
∠FAE=∠FAB+∠BAC+∠CAE
=30°+60°+30°=120°
より，∠RAC=∠FAE であるから2辺の比とその間の角がそれぞれ等しく，△RAC∽△FAE (④)であり
CR=$\sqrt{3}$EF (⑤)
同様にして，BQ=$\sqrt{3}$DE，AP=$\sqrt{3}$DF　であるから，①より DE=EF=FD であり，三角形DEF (⑤)は正三角形。

ア	⓪	1点
イ	1	2点
ウ	2	
エ	0	
オ	⓪	1点
カ	③	1点
キ	⑨	2点
ク	⑥	2点
ケ	3	3点
コ	1	3点
サ	2	
シ	0	
ス	④	1点
セ	⑤	2点
ソ	⑤	2点
タ		
チ		
ツ		
テ		
ト		
ナ		
ニ		
ヌ		
ネ		
ノ		

<演習>

∠BAC=60° の鋭角三角形ABCがある。辺BC上の点DからAB，ACに垂線を引きAB，ACとの交点をそれぞれE，Fとする。線分DEのEの側への延長上に点G，線分DFのFの側への延長上に点Hを，EG=DE，FH=DF となるようにとる。

$\boxed{ア}$～$\boxed{カ}$には，次の⓪～⑨のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。

⓪ ABC　① BEG　② DAE　③ DAF　④ CFH
⑤ AB　⑥ BC　⑦ CA　⑧ AD　⑨ EF

(1) 三角形GAEは三角形$\boxed{ア}$と合同であり，三角形HAFは三角形$\boxed{イ}$と合同であるから

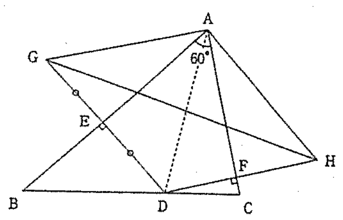
∠GAE=∠$\boxed{ウ}$，　∠HAF=∠$\boxed{エ}$
AG=$\boxed{オ}$，　AH=$\boxed{カ}$

であり，∠GAH=$\boxed{キクケ}$° である。

(2) AD=l とする。GH=$\sqrt{\boxed{コ}}\,l$ であるから三角形AGHの周の長さは $\left(\boxed{サ}+\sqrt{\boxed{シ}}\right)l$ であり，これが最小になるのは$\boxed{ス}$である。

$\boxed{ス}$には次のⒶ～Ⓔのうちから当てはまるものを一つ選べ。

Ⓐ Dが辺BCの中点の場合
Ⓑ ADがBCと直交する場合
Ⓒ Dが辺BCをAC：ABに内分する場合
Ⓓ Dが辺BCをAB：ACに内分する場合
Ⓔ Dが三角形ABCの内接円と辺BCとの接点の場合



(1) EG=ED，AE：共通，∠AEG=∠AED (=90°) より

← 2辺とその間の角が等しい。

△GAE≡△DAE (②)
同様に，△HAF≡△DAF (③)であるから
∠GAE=∠DAE (②)，　∠HAF=∠DAF (③)
AG=AD (⑧)，　AH=AD (⑧)
∠GAH=2(∠DAE+∠DAF)=2∠BAC=120°

(2) AG=l，AH=l であり，GH=$\sqrt{3}l$ であるから，三角形AGHの周の長さは

← 三角形AGHは頂角120°の二等辺三角形。

AG+AH+GH=$(2+\sqrt{3})l$
これが最小になるのは l(=AD) が最小になるときで，ADがBCと直交する場合 (Ⓑ)。

ア	②
イ	③
ウ	②
エ	③
オ	⑧
カ	⑧
キ	1
ク	2
ケ	0
コ	3
サ	2
シ	3
ス	Ⓑ
セ	
ソ	
タ	
チ	
ツ	
テ	
ト	
ナ	
ニ	
ヌ	
ネ	
ノ	